

题目一：魔术平方

题目：一个 3×3 的魔方阵，要求每行、每列和对角线的数字之和均相等。已知数字为 $1, 2, \dots, 9$ ，求出魔方阵的排列。

解析：可以通过观察得出魔方阵的中心为5，而其他数字需要通过试探和排列组合，最后可以得到如下魔方阵：

$$\begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

每行、每列及对角线的和均为15。

题目二：长方形的面积

题目：一个长方形的长与宽的比为3:2，已知它的周长为50，求长方形的面积。

解析：设长为 $3x$ ，宽为 $2x$ ，则周长为 $2(3x + 2x) = 50$ ，解得 $x = 5$ 。因此，长和宽分别为 15 和 10，面积为 $15 \times 10 = 150$ 。

题目三：数列求和

题目：求数列 $1, 4, 7, \dots, 100$ 的和。

解析：这是一个等差数列，首项为1，末项为100，公差为3。项数为 $n = \frac{100-1}{3} + 1 = 34$ ，和为：

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{34}{2}(1 + 100) = 17 \times 101 = 1717$$

题目四：几何问题

题目：一个半径为 r 的圆内切于一个正方形，求该正方形的面积。

解析：正方形的边长为 $2r$ ，因此正方形的面积为：

$$S = (2r)^2 = 4r^2$$

题目五：经典数独

题目：在数独中，给定一些数字，求出其他未填位置的数字。

解析：数独的解题思路是通过排除法和逻辑推理，将可能的数字逐步填入。每一行、每一列和每个 3×3 小方格内，数字1-9各出现一次。通过交叉验证和逐步填充，最终可以找到所有数字。

题目六：兔子繁殖

题目：假设每对兔子每个月生一对兔子，兔子出生后两个月开始繁殖。求第 n 个月总兔子数。

解析：这实际上是一个斐波那契数列，设第 n 个月的兔子总数为 $F(n)$ ，则：

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$$

初始条件为 $F(1) = 1$ ， $F(2) = 1$ 。通过递推，最后可以得到兔子总数。

题目七：纸牌游戏

题目：一个有52张纸牌的扑克牌，抽取5张，求其中至少有一对的概率。

解析：可以先计算不含对的概率，再用1减去这个概率。计算过程复杂，但最终概率为约 0.507。

题目八：经典图论

题目：在一个无向图中，证明若每个顶点的度数都大于或等于2，则图中必存在一个回路。

解析：利用反证法，如果图中没有回路，那么每个顶点的度数为1或2，这与题意矛盾，因此必然存在回路。

题目九：整数分拆

题目：将整数 n 分拆为若干个正整数之和，有多少种不同的分拆方式？

解析：可以用动态规划的方法解决，通过定义 $f(n)$ 表示分拆的方式数量，利用之前计算的结果逐步推导出当前值。

题目十：排队问题

题目：在一列人中，有 n 个人，其中有 k 个人是女性。求在排成一列时，女性不相邻的排列方式。

解析：可以通过将所有男性排列后，在男性之间插入女性的位置来计算，确保女性不相邻，从而得到最终的排列数量。